ETH
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Zweidimensional Normalverteilung

(basierend auf Slides von Lukas Meier)

Zweidimensionale Normalverteilung

- Die sogenannte **zweidimensionale Normalverteilung** ist vollständig bestimmt durch die Angabe von $\mu_X, \mu_Y, \sigma_X^2, \sigma_Y^2$ und ρ_{XY} (bzw. $Cov(X,Y)$)

- Die gemeinsame Dichte ist gegeben durch

$$f(x,y) = \frac{1}{2\pi \det(\Sigma)^{\frac{1}{2}}} \exp\left\{ -\frac{1}{2}(x-\mu_X, y-\mu_Y)\Sigma^{-1} \begin{pmatrix} x-\mu_X \\ y-\mu_Y \end{pmatrix} \right\}.$$

Quadratische Form

wobei

$$\Sigma = \begin{pmatrix} Var(X) & Cov(X,Y) \\ Cov(Y,X) & Var(Y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_X^2 & \rho_{XY}\sigma_X\sigma_Y \\ \rho_{XY}\sigma_X\sigma_Y & \sigma_Y^2 \end{pmatrix}$$

die sogenannte **Kovarianzmatrix** ist.

Zweidimensionale Normalverteilung

- Die Randverteilungen sind Normalverteilungen mit

$$X \sim N(\mu_X, \sigma_X^2) \qquad Y \sim N(\mu_Y, \sigma_Y^2)$$

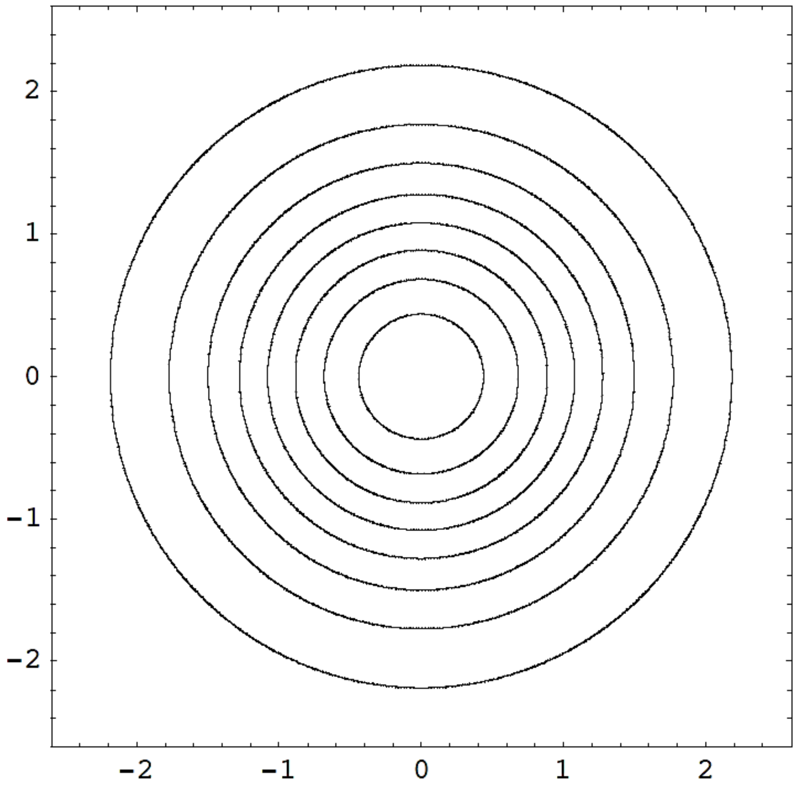
- Zudem ist für dieses Modell die Korrelation zwischen X und Y gleich dem vorbestimmten Wert $\rho_{X,Y}$ (aus Σ).

- Die Höhenlinien der Dichte sind **Ellipsen.** Je grösser der Absolutbetrag der Korrelation ist, desto «schmaller» sind diese und desto «linear abhängiger» werden X und Y.

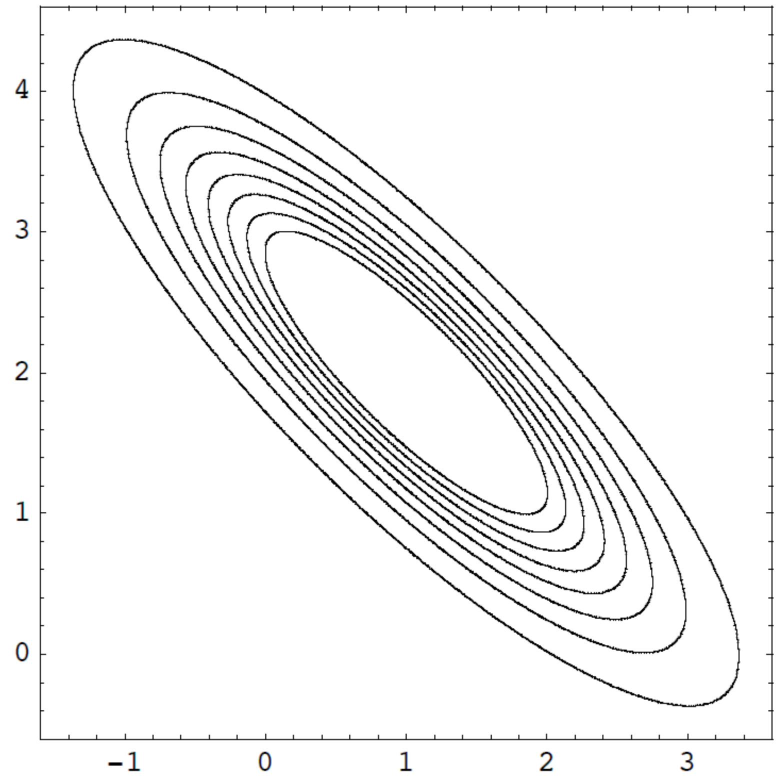
Zweidimensionale Normalverteilung

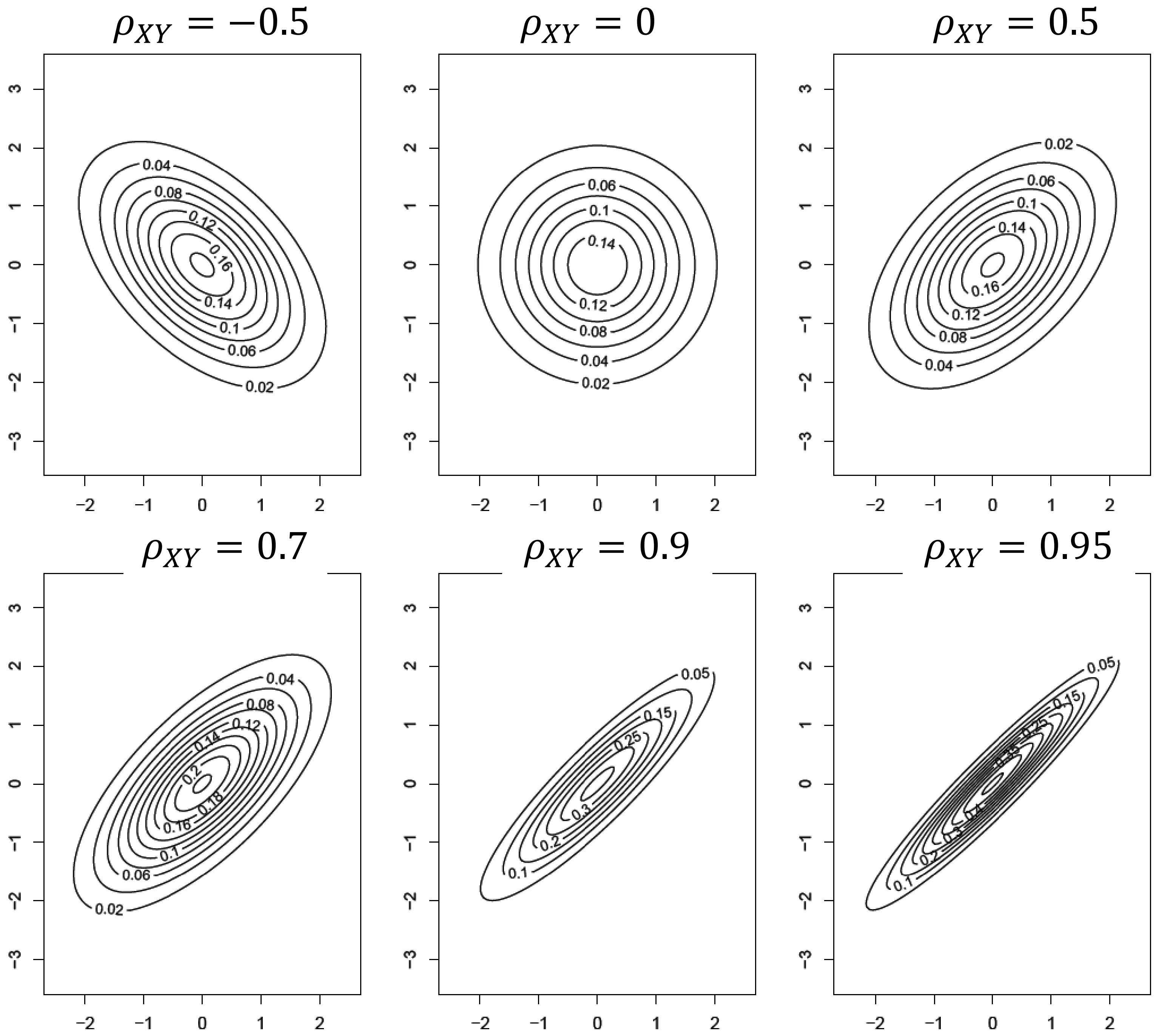
- Höhenlinien der Dichten

$\rho_{XY} = 0$



$\rho_{XY} = -0.85$




$\rho_{XY} = -0.5$
$\rho_{XY} = 0$
$\rho_{XY} = 0.5$
$\rho_{XY} = 0.7$
$\rho_{XY} = 0.9$
$\rho_{XY} = 0.95$